

# 齐性动力系统课程概要

张润林

## CONTENTS

1. 联系方式	1
2. 办公时间	1
3. 计划	1
4. 作业	1
5. 期末	2
6. 评分	2
7. 参考文献	2

### 1. 联系方式

zhangrunlin@bicmr.pku.edu.cn  
全斋 31

### 2. 办公时间

待定。暂时课前课后，或者请单独约时间。

### 3. 计划

课程有三部分。大致而言，第一部分对应着 Bekka–Mayer 的书和 Kleinbock 的 Clay notes 的内容；第二部分是 Eskin 的 Clay notes 和 Morris 的书；第三部分是 Einsiedler–Lindstrauss 的 Clay notes。（具体它们指什么？见参考文献那一节）

当然我们不可能把这些参考文献的内容全都讲掉，只是选择其中很小的一部分，同时补充一些细节和额外的内容。具体的讲法当然也未必一致（实际上，大部分的参考文献我自己也没通读过）。从第三次课开始，我会在课前把讲义发给大家。

### 4. 作业

我们会有五次作业。每一次的作业都是从我给定的题目单子中选至少一题。如果你做了多于一题（只做一题当然也可以），那么分数以最高的那道题为准。从布置作业到提交的截止日期一般有两周的时间（具体日期会出现在题目单子上）。提交的作业大约一周后会返回给大家。鼓励大家讨论问题，找我要提示也是没问题的。但是最后一定要是自己独立写作。可以手写，也可以使用 latex。当然，如果你想做其它喜欢的习题也没问题，不过得事先经过我的同意。

---

Date: 2022.2.

## 5. 期末

我们没有期末测试。作为代替，要求选课的同学提交一份关于某个话题的概述，或者某个定理/引理的详细证明，主题和本课程相关即可（截止日期待定，但最晚肯定是距课程结束的两周以前）。最好用 latex，当然手写也可以。关于内容的长度，原则上只要足以充实 30 分钟的 presentation 就可以了。当然更长也没问题。在确定主题后，落笔之前，请告知我。提交概述之后，我会给出反馈（一周内），然后修改后再次提交（最后一节课结束之前）。最终的成绩会以第二次提交的概述为准，评分标准是“合格 = 满分”。

## 6. 评分

我们会从五次作业中选取最高的四次计分。没有事先说明情况的迟交作业将不会被接受（也就是，该次分数记零）。作业分数每次 15 分，一共 60 分，期末 40 分。

如果你能发现参考文献里的“非 typo 的数学错误”，或者“不该出现 gap 的地方有了 gap”，一次加 2 分。当然这件事的最终解释权归我。

## 7. 参考文献

1. Einsiedler–Ward 合写的 *Ergodic theory with a view towards number theory*. 跟课程相关的是 4, 5, 11 章。没有遍历论基础的同学也可以把这本书第 2 章当作入门。

2. Einsiedler–Lindenstrauss–Ward 合写的 *Entropy* 的书，还没完工。在 Ward 的主页 (<https://tward0.wixsite.com/books>) 上可以找到。

3. 以及 Einsiedler–Ward 合写的 *Homogeneous dynamics* 的 notes，同样在 Ward 的主页上可以找到。

4. *Homogeneous flows, moduli spaces and arithmetic*, Clay Mathematics Proceedings, vol. 10. 跟我们相关的应该是 Eskin, Kleinbock, Einsiedler–Lindenstrauss 的部分。Eskin 的 notes 比较缺乏细节，我们的讲义会有补充。但是后两篇还是有很多“干货”的。EL 的文章是我们后半段课程的主要参考之一。

5. Bekka and Mayer, *Ergodic theory and topological dynamics of group actions on homogeneous spaces*, London Mathematical Society Lecture Note Series, vol. 269. 课程的前半段和这本书的内容重合度很高。这本书的最后一章是 Oppenheim 猜想的证明。

6. Margulis 在 2000 年左右的一篇 survey: *Problems and conjectures in Rigidity theory*.

7. Dave Witte Morris 的 *Ratner’s Theorems on Unipotent Flows*. 一本非常好的介绍 Ratner 定理的的书。这本书采用的是 Margulis–Tomanov 的证明。

8. 更加紧跟时代的是（今年出版的？）*Dynamics, Geometry, Number Theory: The Impact of Margulis on Modern Mathematics*. 似乎图书馆没这本书（我也没有），但是 Lindenstrauss 和 Oh 写的章节应该在 arxiv/他们的主页上找得到。另外 David Fisher, Barak Weiss, Amir Mohammadi 为 2022ICM 写的报告也是值得一看的，在各自作者的主页或者 arxiv 上可以找到。无论如何，我们的课程很难涉及到这些新的进展了。

更加具体的参考文献会在每一次课的讲义里给出。